2012 年 7 月 3 日
改訂版 2012 年 10 月 26 日

ささやく数学に耳を澄まして

—「数学を考える」のかそれとも「数学が語る」のか—

小笠原 義仁

「数学」とは何なのでしょうか？教育現場において理数離れが指摘されて久しいわけですが、そこで問われている事は、そもそも何故数学をやる必要があるのかという問題であるかと思われます。実際、数学の勉強は問題の解き方を丸暗記して試験でそれを吐き出すだけだと考えている方も少なくないなか、どうせ丸暗記するなら歴史やら語学やらを覚えた方がよっぽどためになるし面白い、と考えるのは自然であろうかと思います。数学は抽象化され一般化されているために、無味乾燥な内容の丸暗記になってしまうからです。

あるいは大学全入時代とも呼ばれ、又良い大学に入りさえすれば後の人生は保証されているとは必ずしも言えなくなった現代において、数学が受験に際しての重要な武器であるという指摘も以前のようには意味を持たなくなってきました。さらには、数学が近代の科学技術の言語として機能している事の指摘に関しても、そもそも科学技術に対してのかつてのような無垢な憧憬がない現代において、やはりこの指摘も多くの人に対して説得力を持つものではなくなりました。

それでは何故数学をやる必要があるのでしょうか。あるいは数学などやる必要はないのでしょうか。それは、そもそも何故数学などというものがあるのか、何故人類は数学なるものを創造したのか、あるいは欲したのかという事を問う事にもなるかと思われます。この問題に対して、様々なアプローチで迫る事が出来るかとは思いますが、数学史等の学術的厳密な議論ではなく、気楽につらつらと述べさせて頂きたいというのが、本エッセーの趣旨です。読者の方にも気楽に読んで頂けますと幸いです。

まず今回は、少々変わった本エッセーの題目について説明させてもらいたいと思います。具体的には、かつて私が予備校で数学を教えていた時に起こった出来事を通して説明するのが良いかと思います。

少し数学の具体例を用います。次の式は円を表現する方程式です。

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2 \tag{1}$$

数学嫌いな方は、このような数式が出てきた瞬間にもう読むのが嫌になってしまうかと思いますが、少し待って下さい。ここから数学の話をしようというのではないのです。あくまでも、これから話そうとしている内容の具体例として必要最小限利用しようというだけなのです。

上の式の意味は、中心が点 (a,b) で半径が r の円という事です。予備校の講師であった当時の私は、上の方程式の形に式変形する事により、どのような円を表現しているかを答える演習問題を学生に解かしたりしていました。例えば

$$x^2 - 2x + y^2 - 4y - 4 = 0 \tag{2}$$

ならば

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 3^2 \tag{3}$$

と式変形できますから、「中心が点(1,2)で半径が 3 の円」というのが解答となります。それでは

$$x^2 - 6x + y^2 - 8y + 30 = 0 \tag{4}$$

はどうでしょうか。

式変形すると

$$(x-3)^2 + (y-4)^2 = -5 \tag{5}$$

となります。左辺は良いわけですが、右辺は困りました。r^2 の r を求めたいわけですが、マイナスの値なので半径 r を求める事が出来ません。

とその時、ある学生が突然笑い出しました。それも、フフンというようなものではなく、ゲラゲラと笑い出しました。勿論授業中ですから、その学生も悪いという感じで必死に笑いを止めようとしているのですが、どうにもたまらないという感じで笑いを抑える事が出来ません。

それは私をゾッとさせるものでした。当時はまだ受験戦争という言葉が、今ほどは死語となっていなかった時代でして、幾つかの都市伝説ともつかないような話がある程度のリアリティを持っていた時代でもありました。例えば、高階で授業をしていたところ、一番前に座っていた学生が無言で立ち上がりベランダの方へ歩いて行ってそのまま身を投げてしまった等、悪趣味な例ですみません。

しかしその学生の唐突な笑いは、そのような話を私に想起させるのに十分なものでありました。しかもその学生の笑いはなかなか止まりそうにありません。「どうしたのか」

とその学生に問い、又近くに居た学生にも問うたのですがどうにも埒があきません。仕方がなくその学生の笑いが収まるまで待つしかありませんでした。

ようやく笑いのおさまったその学生に理由を尋ねてみると

「だって、めり込んでいるんだもの」

という回答でした。始めは何を言っているのか分からなかったのですが、よくよく聞いてみると、その学生は中心に向かってめり込んでいる円がイメージされて、それがどうにも可笑しくてたまらなかったという事でした。

何て事のない、ただそれだけの話です。理性的に理解出来ない話ではありません。実際、(5)式はそのようにも理解出来ます。でも恐らくそれは、私や多くの読者の方が理解しているような「それ」とは違うものでしょう。その学生がどうしても笑いをこらえる事の出来なかったイメージとは、理性的に理解出来るもの以上の「なにか」であったはずです。ではそれは「なに」であったのでしょうか。中心に向かってめり込んでいる円など、通常の手法で描けるようなものではありません。しかしその学生は、確かにリアリティを持ってそのイメージを持つ事が出来たわけです。

ではなぜ、その学生はそのようなイメージを持つ事が出来たのでしょうか。それは、ただ(5)式だけではなく、(4)式からの導出をさせた事と無関係ではないように思われます。実際、(2)式と(4)式ではたいした違いがあるようには見えないのです。(3)式と(5)式には明らかな違いがあるわけですが、(2)式とほとんど違いの感じられない(4)式から導出された(5)式に、(3)式が持っていたような、円を表現する方程式としてのリアリティが感じられたとしても不思議ではないわけです。

勿論、(4)式に対しての教科書的な解答は「めり込んでいる」ではありません。「解なし」というのが正しい解答になります。しかし、そのような教条的な側面だけでは語れないところにこそ、数学の持つ可能性が潜んでいるのではないでしょうか。それは、何故数学は一般化・抽象化するのかという問題とも関係しているように思われます。そしてこの数学が持つ一般性・抽象性は、数学嫌いな方が指摘する側面でもあろうかと思われます。

実際、我々が直に見る事が出来て触れるものには、明確な意味、実在があるように思われるのですが、それが一般化・抽象化される事により、本来持っていた生き生きとした実在としての意味が失われていくように感じられます。それではなぜ、一般化・抽象化する必要などあるのでしょうか。それは、一般化・抽象化する事によって従来の「意味付け」が失われ、それによって新たな意味づけ、解釈の可能性が得られるからではないでしょうか。

つまり、上記の学生は通常とは異なる意味づけ、解釈を(5)式に与えたわけですが、そのような事を可能にした理由として、数式が持つ一般性・抽象性を無視する事が出来

ないのではないでしょうか。それにより、絵に描く事すら不可能なイメージへの扉が開かれたのではないでしょうか。

最後に、なぜその学生だけがそのようなイメージを持つ事が出来たのかという事について触れておきたいと思います。その学生が想像力豊かだったから、と言ってしまうのは簡単です。実際、その学生はバレリーナを目指していて、しばらくしてフランスに留学へ旅立っていきました。又、数学の魅力に関して、機能的な側面ではない側面でそれを語ろうとした時、文化的、芸術的な側面を指摘される事は少なくありません。

しかし、ここでちょっと気取ってこんな風にも言ってみてはどうでしょうか。「数学」がその学生にだけささやいたのだと、そしてそのささやき声はとても小さかったので、同様にその式について考えていた他の学生や私には、そのささやき声が聞こえなかったのだと。